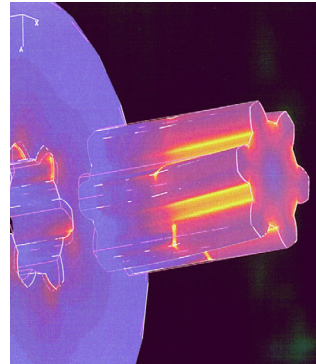


# Zahnwellenforschung mit Dietz

Garzke, M.; Schäfer, G.

*Ein altes Maschinenelement bleibt in der anwendungsnahen Forschung ewig Jung: Trotz der weiten Verbreitung dieser Verbindung ist das Wissen über Zahnwellen noch nicht vollständig. Beginnend mit Vorkriegsarbeiten gibt der Artikel dann einen historischen Abriss der mehr als 30-jährigen Forschungstätigkeit von Prof. Dr.-Ing. Peter Dietz auf diesem Gebiet.*



*Spline research is a “never ending story”: Despite the wide application of splines, the knowledge about this machine element is limited. The paper gives a review over the investigations before the world war II and the more than 30 years lasting research work of Peter Dietz as well.*

## 1 Ausgangssituation

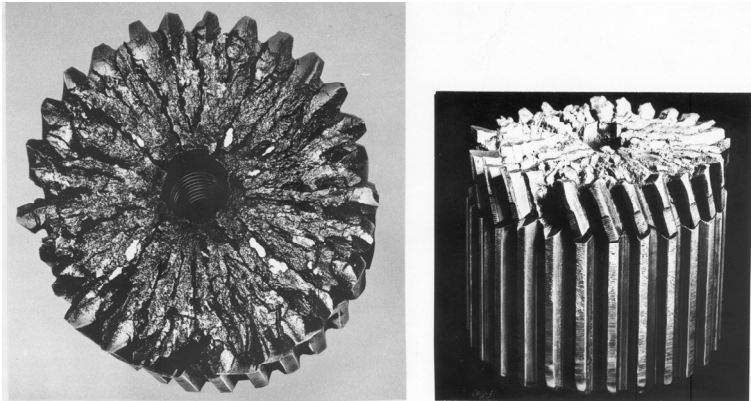
Zahn- und Keilwellen-Verbindungen sind klassische Vertreter form-schlüssiger Welle-Nabe-Verbindungen. Neben der Fähigkeit höchste Drehmomente zu übertragen, verfügen sie über eine axiale Verschieblichkeit, ein entscheidender Vorzug gegenüber Pressverbindungen. Die Kombination dieser Eigenschaften wird sehr häufig gefordert, z.B. bei Schaltgetrieben von Kraftfahrzeugen oder Werkzeugmaschinen und Mitnehmern in Lamellenkupplungen. Weitere Vorteile dieser Verbindungsart sind:

- Selbstzentrierung
- Möglichkeit der Profilverschiebung, d.h. Steigerung der Übertragungsfähigkeit
- Massenfertigung mit modernen Verfahren (spanende und spanlose Fertigung)
- lückenloser Aufbau nach Größenklassen
- einfache Montage und Demontage
- gleichmäßige Krafteinleitung durch eine große Anzahl von Formelementen
- feine Winkelabstufung bei der Montage durch genügend große Zähnezahl

Aufgrund ihrer wichtigen Rolle innerhalb der Funktionskette "Drehmomentübertragung" wirken sich Schadensfälle an einer Zahnwellen-Verbindung meist in einem Ausfall der Gesamtfunktion der Maschine oder der ganzen Anlage aus. Abgesehen von wirtschaftlichen Schäden und einem möglichen Imageverlust kann ein Versagen von Zahnwellen-Verbindungen z.B. an der Lenksäule im Fahrzeug, in Antriebssträngen von Förderanlagen und Verkehrsmitteln einen Unfall mit schweren Folgen nach sich ziehen.

Die Schadensfälle an Zahnwellen-Verbindungen können allgemein in zwei Kategorien unterteilt werden:

*Versagen durch Bruch:* Die Ursache des Versagens durch Bruch ist eine Beanspruchungsüberhöhung im Zahnfuß, die in Abhängigkeit von der Verbindungsgeometrie und der Belastung zum Abscheren der Zähne, zum Bruch der Welle oder zum Platzen der Nabe führen kann. Dabei kann zwischen statischem Gewalt- (**Bild 1**) und Dauerbruch infolge Schwingbeanspruchung unterschieden werden.



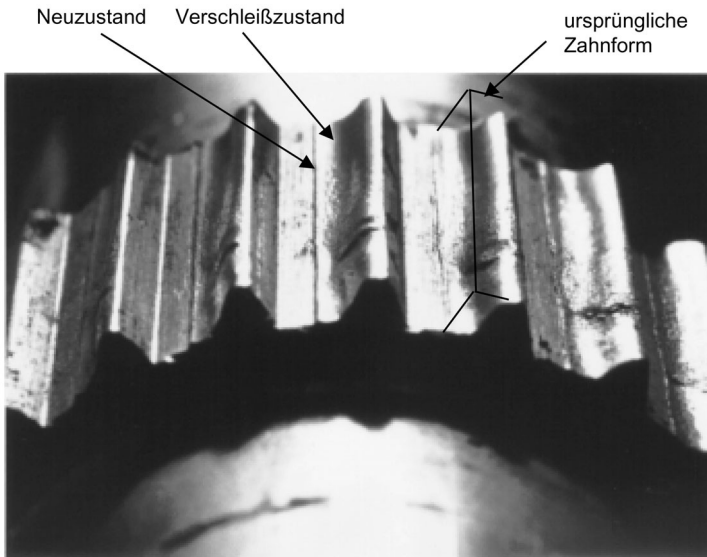
**Bild 1:** Gewaltbrüche an Zahn- und Keilwellen-Verbindungen; Beanspruchung deutlich oberhalb der Streckgrenze

Experimentelle Festigkeitsuntersuchungen sind vereinzelt im Auftrag der Automobilindustrie bereits vor dem 2. Weltkrieg in Deutschland durchgeführt worden [1,2]. Die Untersuchungen dienten vorrangig der Klärung der Bruchursache an Hinterachsellen von Personenkraftwagen, deren Verzahnungsgeometrie im heutigen Einsatz fast nicht mehr zu finden ist: Wellen mit teilweise 4 Keilen als Mitnehmerelemente und zusätzliche axial verlaufende Entlastungskerben im Zahnfußbereich. Die Schwingfestigkeitsforschung steckte damals noch in den Kinderschuhen, das komplexe Zusammenspiel zwischen Werkstoff, Geometrie, Wärmebehandlung und Spannungszustand

war in seiner Wirkung auf die Lebensdauer kaum erforscht. Daher führte man sogar kurzzeitig die abweichenden Ergebnisse der Schwingfestigkeitsuntersuchungen an geometrisch ähnlichen Verbindungen auf eine mögliche Abhängigkeit der Formzahl  $\alpha_k$  von der Absolutgröße der Welle zurück /2/, der Größeneinfluss des Bauteils auf seine Lebensdauer unter Schwingbelastung wurde erst später nachgewiesen. Britische Veröffentlichungen /3,4/ kommen zu der Überzeugung, dass die für die Auslegung wichtige Formzahl  $\alpha_k$  lediglich von der Zahnhöhe  $h$  und dem Fußausrundungsradius  $\rho$ , abhängt, ein signifikanter Einfluss der Zähnezahl  $z$  konnte nicht ermittelt werden.

*Flankenverschleiß:* Verschleißvorgänge auf den Zahnflanken entstehen durch die Relativbewegungen

im Betrieb zwischen Welle und Nabe, **Bild 2**. Deutlich zu erkennen ist eine gegenüber dem Fertigungszustand verringerte Zahndicke. Die Übertragungsfähigkeit der Verbindung ist dann nicht mehr gegeben, wenn der Zahnverschleiß so weit fortgeschritten ist, dass die Welle unter der Nabe durchrutscht bzw. einzelne Zähne aufgrund der verringerten Querschnittsfläche ausbrechen.



**Bild 2:** Verschleißerscheinung an einer Zahnwellen-Verbindung DIN 5480

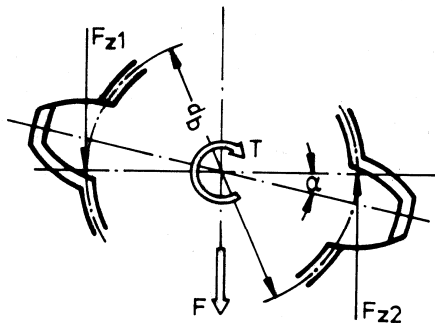
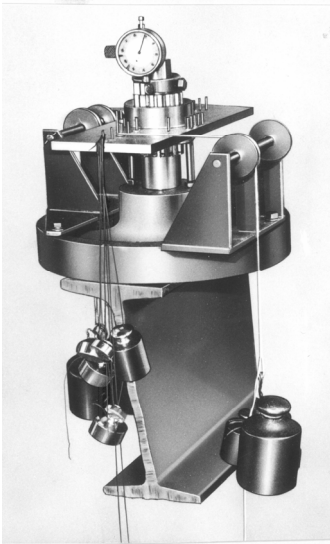
Die für den Verschleiß notwendigen Relativbewegungen sind von zahlreichen Parametern abhängig: Größe und zeitliches Verhalten von Drehmoment, Biegemoment, Radial- und Axiallast, Werkstoffpaarung

und Bauform der Welle-Nabe-Verbindung, Umgebungseinflüsse (Medium, Temperatur), erreichte Fertigungsqualität etc. Die Aufzählung verdeutlicht die komplexe Dimensionierungsproblematik und erklärt, weshalb die meisten Schadensfälle an Zahn- und Keilwellen-Verbindungen auf die Wirkung von Verschleiß zurückzuführen sind /5/.

Verschiedene Untersuchungen, z.B. /6,7,8,9/ haben sich mit dem Verschleißverhalten von Zahn- und Keilwellen befasst. Die gegebenen Empfehlungen haben im Wesentlichen gemein, dass eine Herabsetzung der Flächenpressung und ein Härten der Flankenoberflächen geeignete Maßnahmen zur Reduzierung des Verschleißes sind. Dagegen sind teilweise die Aussagen noch kontrovers, ob eine Fett- oder Ölschmierung zu bevorzugen sei.

Über den Einfluss der Verzahnungsqualität, insbesondere die ungleichmäßige Lastaufteilung über dem Umfang der Verbindung infolge von Teilungsabweichungen, sowie die Lastverteilung über der Verbindungslänge wird nur ansatzweise berichtet, größtenteils wird diese Problematik gar nicht angeschnitten.

Huber /10/ führte Untersuchungen zur Zentrierfähigkeit an Zahnwellen-Verbindungen durch mit dem Ziel, den Grenzzustand bei einer kombinierten Belastung durch Drehmoment und Radialkraft zu ermitteln, bei dem die Verbindung nicht mehr selbstzentrierend wirkt und in ihrem Spiel umschlägt. **Bild 3** zeigt die verwendete Vorrichtung zur Drehmoment- und Radiallastaufgabe. Der durch Huber ermittelte Grenzfall des Kippens tritt ein, wenn die Kräfte der am weitesten auseinanderliegenden Zähne nicht im Gleichgewicht sind: ab einer bestimmten Radiallast schlägt der Zahn mit  $F_{z1}$  auf die Gegenflanke um. Durch die einsetzenden Relativbewegungen tritt erhöhter Verschleiß auf.



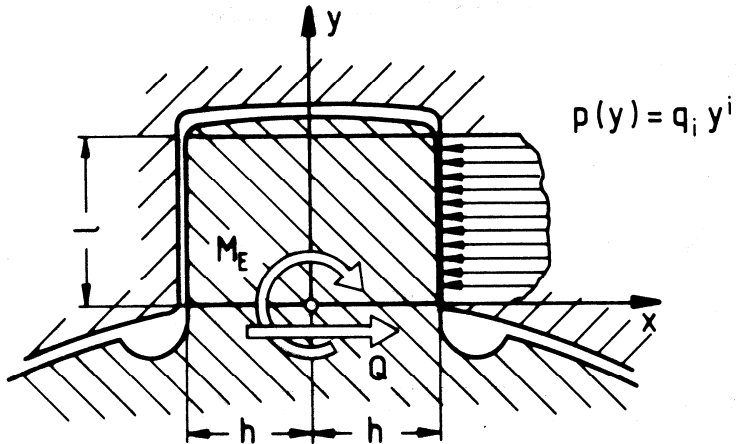
**Bild 3:** Versuchsaufbau (links) und Schema zur Ableitung des Kippeffektes (rechts) von Huber /10/

Festigkeitsuntersuchungen an Zahnwellen-Verbindungen wurden von Schöpf /19/ u.a. mittels spannungsoptischer Versuche an räumlichen Verbindungen durchgeführt. Er stellte fest, dass die maximale Zahnfußspannung weitgehend vom Verhältnis der Verbindungslänge zum Kopfkreisdurchmesser ( $L/d_{a1}$ ) abhängt. Für Verbindungen mit  $L/d_{a1} \geq 0,5$  kann keine Absenkung der Maximalspannung erreicht werden. Weiterhin stimmten die Bruchorte in Zahnwellen bei Torsionsschwingversuchen an Verbindungen mit geschulterten Naben sehr gut mit den höchst beanspruchten Stellen der spannungsoptischen Untersuchungen überein.

## 2 Die Arbeiten von Dietz "Die weiße Bibel"

Mit der Veröffentlichung von Dietz /5/ wurde erstmals eine sehr umfangreiche Abhandlung über das äußerst komplexe Lastaufteilungs- und Zentrierverhalten von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen vorgestellt. Dabei wird von der Überlegung ausgegangen, dass die Lastaufteilung durch die elastischen Eigenschaften der im Eingriff befindlichen Mitnehmerpaare bestimmt wird. Zur Lösung des Problems wird zunächst vereinfachend angenommen, dass die Belastung der Zahnpaare unabhängig von der axialen Koordinate ist. Dadurch kann

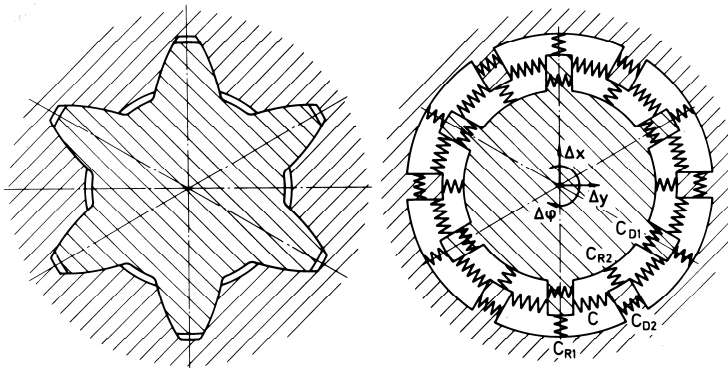
das räumliche auf ein ebenes Problem reduziert werden (**Bild 4**), später erfolgt die Erweiterung auf räumliche Modelle.



**Bild 4:** Ersatzquerschnitt am Beispiel eines Keilwellenprofils /5/

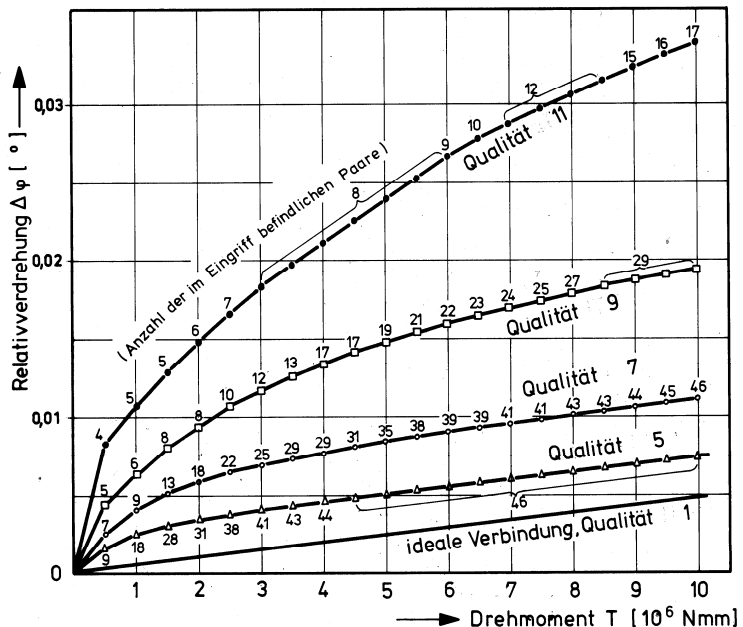
Maßgebend für das von ihm entwickelte Berechnungsverfahren ist, dass der Einfluss der Teilungsabweichungen und der Einbaustellung einer Verbindung (Position eines bestimmten Wellenzahnes zu einer bestimmten Nabenlücke) voll berücksichtigt wird. Bei gegebener Fertigungsqualität wird den Flanken der idealen Verzahnung eine Abweichung von der idealen Zahnform durch den von der Fertigungsqualität abhängigen Teilungsfehler überlagert. In der Einbaustellung und im lastfreien Zustand weisen Profilwellenverbindungen im Allgemeinen Drehflankenspiel auf. Bei Aufbringen einer äußeren Belastung (Torsionsmoment/Querkraft) werden je nach vorhandenen Verzahnungsabweichungen, Einbaustellung und Lastfall zwei oder mehrere Zahnpaare zur Anlage kommen. Durch die äußere Belastung verformen sich die anliegenden Zahnpaare so lange, bis das nächste kleinere Flankenspiel überwunden ist. Dadurch kommt ein weiteres Mitnehmerpaar in Eingriff und übernimmt einen Teil der Belastung. Aus den aufgetragenen Lasten "Drehmoment" und "Querkraft" werden mittels eines von Dietz entwickelten Iterationsverfahrens mit analytisch berechneten Zahnsteifigkeiten alle Verschiebungen  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta \varphi$  eines jeden Zahnpaars in der Scheibenebene bestimmt, **Bild 5**. Während des Iterationsvorganges werden die zu iterierenden Verschiebungen so lange verändert, bis die von ihnen hervorgerufenen Reak-

tionskräfte innerhalb einer vorgegebenen Genauigkeit den aufgetragten Kräften gleichen.



**Bild 5:** Prinzipieller Aufbau und mechanisches Ersatzsystem einer Zahnwellen-Verbindung zur Lastaufteilungsrechnung /5/

Umfang der Verbindung, **Bild 6**. Deutlich ist zu erkennen, wie sich mit steigender Drehmomentbelastung die Zahl der im Eingriff befindlichen Zahnpaare erhöht. Dieses schrittweise Einbeziehen zusätzlicher Zahnpaare in die Übertragung des Drehmoments ist mit einem nicht-linearen Torsionsfedersteifigkeitsverhalten verbunden: bei kleinen Lasten befinden sich nur wenige Zahnpaare im Eingriff, die Zahnwellen-Verbindung ist in diesem Lastzustand relativ torsionsweich. Mit zunehmender Last steigt die Zahl der tragenden Zahnpaare, bis die Torsionssteifigkeit der abweichungsfreien (d.h. idealen) Verbindung erreicht wird. Dieses Verhalten ist umso ausgeprägter, je schlechter die erreichbare Fertigungsqualität ist (**Bild 7**).

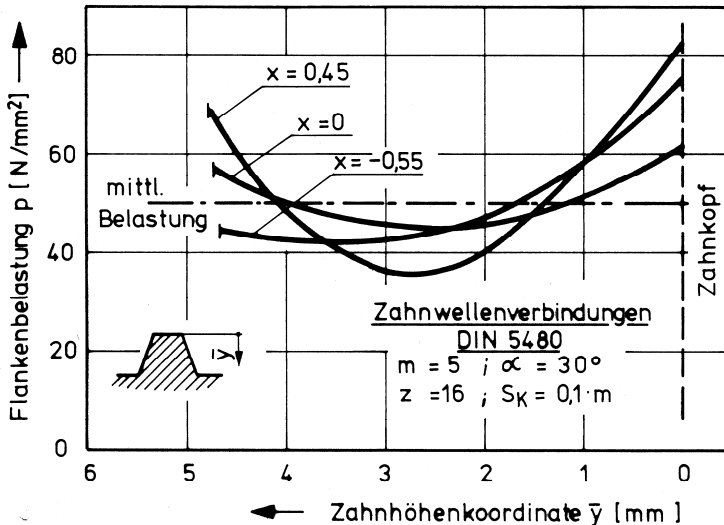


**Bild 7:** Relativverdrehung und Anzahl der tragenden Zähne in Abhängigkeit von Drehmoment und Qualität, DIN 5480 - 95x2x30x46 /5/

Aus der Verformung von Zahn und Gegenzahn kann nach Dietz auch die Lastverteilung (Flankenpressung) über der Zahnhöhe bestimmt werden. Grundsätzlich konnte für alle untersuchten Zahnformen eine mehr oder weniger stark ausgeprägte parabolische Lastverteilung über der Zahnhöhe ermittelt werden. **Bild 8** zeigt den Verlauf der Flankenpressung in Abhängigkeit vom Profilwinkel bei Zahnwellen-Verbindungen nach DIN 5480.



Die umfangreichen Untersuchungen in /5/ beschränken sich nicht nur auf die Hauptaufgabe "Drehmomentübertragung" von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen, sondern werden auch auf kombinierte Lastsituationen erweitert, die sich aus Drehmoment und Querkraft zusammensetzen.



**Bild 8:** Abhängigkeit der Lastverteilung über der Zahnhöhe von der Profilverschiebung /5/

Wesentlich an der von seinen Mitarbeitern als "Weiße Bibel" bezeichneten Veröffentlichung gegenüber früheren Untersuchungen (z.B. /11/) ist, dass neben geometrischen Parametern und Werkstoffkennwerten sowohl die Belastungssituation und Herstellungsgenauigkeit als auch die Fehlerverteilung bei der Berechnung berücksichtigt werden. Mit den vorgestellten Berechnungsverfahren zur Lastaufteilung wurden erstmals die für die Verschleiß- und Tragfähigkeitsberechnung notwendigen Grundlagen auf ein solides wissenschaftlich-mechanisches Fundament gestellt. Der von Dietz prognostizierte erhebliche Forschungsbedarf zur Sicherstellung moderner Berechnungsmethoden für ein "altes" Maschinenelement wurde zwei Jahre später durch die Annahme eines Rufes an das Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal von ihm selbst in Angriff genommen.

### **3 Weiterführende Arbeiten am IMW**

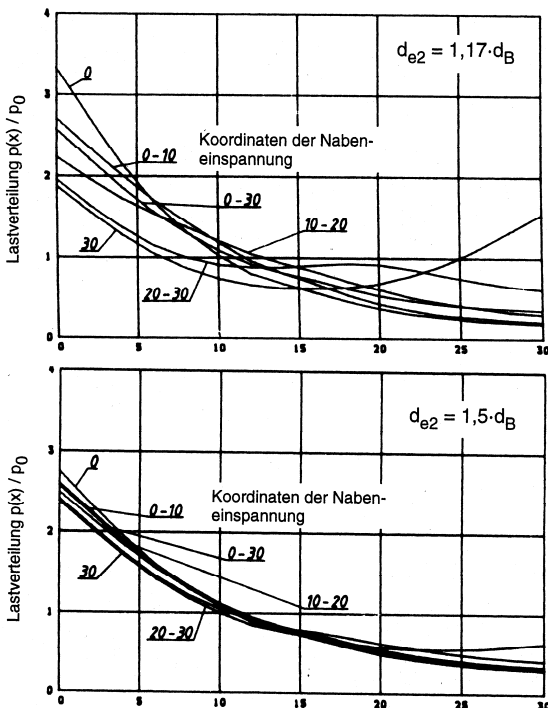
Mit der Übernahme der Professur an der TU Clausthal und der Institutsleitung wurde durch Dietz zielstrebig und konsequent der neue Forschungsschwerpunkt "Zahn- und Keilwellen-Verbindungen" am Institut für Maschinenwesen aufgebaut. Basierend auf seinen eigenen Erfahrungen während seiner Tätigkeit an der TH Darmstadt und bei der Pittler-Maschinenfabrik AG als Bereichs- und Abteilungsleiter sowie der Begutachtung von Problem- und Schadensfällen an eingesetzten Verbindungen wurden von ihm und seinen Institutsmitarbeitern weitere Ideen und Untersuchungskonzepte entwickelt. Bis heute wurde am IMW eine Vielzahl von Forschungsprojekten erfolgreich durchgeführt, die das Verständnis des Beanspruchungsmechanismus entscheidend vertieft haben und aus denen umfangreiche Erkenntnisse sowie Berechnungsgleichungen hervorgegangen sind.

Die Förderung dieser Projekte erfolgte zum einen durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG), die vorrangig grundlagenorientierte Fragestellungen verfolgten. Die DFG förderte Projekte, die sich thematisch mit der Festigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen befassten. Die anwendungsnahen Aspekte weiterer Untersuchungen wurden von der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen (AiF) über die Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA) und die Stiftung Industrieforschung unterstützt. Hierunter fielen alle Verschleißuntersuchungen an Zahnwellen-Verbindungen, z.B. zum Einfluss von Herstelltoleranzen und kombinierten Lasten (Drehmoment und Querkraft), sowie Untersuchungen zum Verschleißverhalten von Zahnwellen-Verbindungen bei ihrem Einsatz im Längenausgleich von Gelenkwellen. Die Volkswagen-Stiftung begleitete Untersuchungen zum Einfluss von Verzahnungsabweichungen auf das Passungs- und Laufverhalten von Zahnwellen-Verbindungen.

Aus diesen Forschungen sind fast ein Dutzend Promotionen am Institut für Maschinenwesen hervorgegangen z. B. /12-18/, deren Ergebnisse sich nahezu alle in Berechnungs- und Dimensionierungsvorschriften für diese formschlüssige Welle-Nabe-Verbindung widerspiegeln. Die nationale Norm DIN 5466 "Tragfähigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen" konnte somit stets auf dem „Stand der Technik“ gehalten werden, an der Bearbeitung dieser Norm ist das IMW seit fast zwanzig Jahren beteiligt. Aktuell wird gerade eine grundlegende Überarbeitung des Teils 2 der DIN 5466 bearbeitet. Mehrere Dutzend Studien- und Diplomarbeiter sowie unzählige wissenschaftliche Hilfskräfte haben die o.g. Forschungen tatkräftig unterstützt.

Villmer /12/ führte die Untersuchungen von Dietz /5/ zur Lastverteilung in Zahnwellen fort, indem er u.a. systematisch die äußere Gestalt der Nabe (Außendurchmesser, Verbindungsbreite) variiert. Zur Lösung des Problems verwendet er dreidimensionale FEM und spannungsoptische Modelle und entwickelte ein auf linearen Übertragungsmatrizen basierendes Berechnungsverfahren zur Ermittlung des Zusammenhangs zwischen Belastung und Verformung. Dabei kommt er im Wesentlichen zu folgenden Ergebnissen:

- Die Lastverteilung und die Lastüberhöhung am Verbindungsrand hängt stark von der Verbindungsbreite ab. Gegenüber schmal bauenden Verbindungen (z.B. Lamellen) kann durch die Vergrößerung der gemeinsamen Breite im Verhältnis zum Bezugsdurchmesser eine Reduzierung der maximalen Flankenpressung erreicht werden. Für Verhältnisse  $b/d_B \geq 0,5$  ist diese Tatsache nicht mehr zu beobachten.



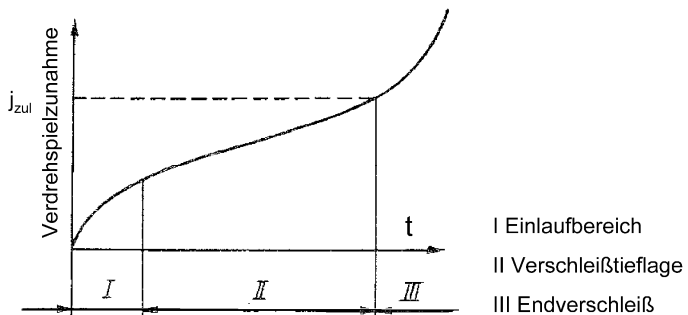
**Bild 9:** Normierte Lastverteilung  $p(x)/p_0$  über der Verbindungsbreite in Abhängigkeit von der Nabeneinspannung und dem Nabenaußendurchmesser /12/, DIN 5480 -60x3x30x18; Abszissenwert  $x=0$  entspricht dem Verbindungsrand auf der Lastseite der Welle; obere Abbildung:  $d_{e2} = 1,17 \cdot d_B$ , untere Abbildung:  $d_{e2} = 1,5 \cdot d_B$

- Die Lastverteilung auf den Zahnflanken der Verbindung wird außerdem durch den Nabenaußendurchmesser  $d_{e2}$  und die Einspannung der Nabe beeinflusst, **Bild 9**. Die Verlegung der Nabeneinspannung an das Verbindungsende kann eine erhebliche Absenkung des Lastüberhöhungsfaktors bewirken. Ab einem Nabenaußendurchmesser  $d_{e2} \geq 2 d_B$  ist die Lastverteilung unabhängig von  $d_{e2}$  und der Nabeneinspannung.
- Ein weiterer Einflussparameter auf die Lastüberhöhung am Verbindungsanfang ist der Modul der Verzahnung. Kleine Moduln führen beim Tragen aller Zähne zu steiferen Verzahnungen, große Moduln zu nachgiebigeren.

Zapf, Mendel, Schäfer und Hua /13,15,16,21/ führten am IMW umfangreiche Verschleißuntersuchungen an Zahnwellen-Verbindungen mit Schiebesitz durch. Dabei wurden weit über 600 Prüfverbindungen größtenteils auf Verspannprüfständen "verschlissen", wodurch in einer Gesamtprüfzeit von ca. 120.000 Stunden über 3 kg Abrieb erzeugt wurden. Die Zahnwellen-Verbindungen wurden dabei unter folgenden Untersuchungsparametern getestet:

- Verzahnungsqualität/Passung
- Belastungskombination Drehmoment/Querkraft
- Fett- bzw. Ölschmierung
- Axialbewegungen zwischen Welle und Nabe
- Werkstoffkombination Welle/Nabe
- Oberflächenbehandlungen (Härten, Beschichten)

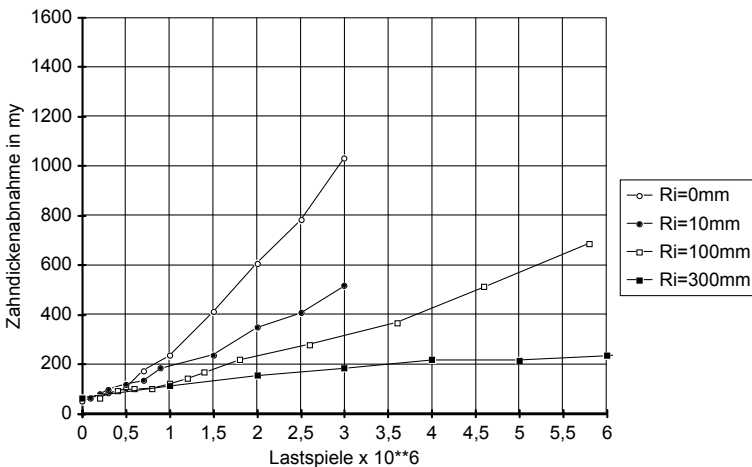
Die Lebensdauer einer Zahnwellen-Verbindung ist durch das Erreichen bestimmter Verschleißbeträge begrenzt, **Bild 10** zeigt das prinzipielle Verschleißverhalten. Der Punkt A markiert das Ende des Einlaufverschleißes, es schließt sich ein Bereich konstanter Verschleißzunahme an. Punkt B verkörpert die Grenze der Lebensdauer, da von diesem Punkt an der sogenannte Endverschleiß mit exponentiell zunehmenden Verschleißraten beginnt.



**Bild 10:** Verschleißphasen einer Zahnwellen-Verbindung

Die Erfahrungen, die durch die zahllosen Prüfstandsläufe und die Untersuchungen von Schadensfällen gewonnen wurden, lassen sich wie folgt zusammenfassen:

**Belastungskombination Drehmoment/Querkraft:** Ein hoher Querkraftanteil sorgt für einen exzentrischen Lauf der Verbindung und große Relativbewegungen in Radialrichtung zwischen Welle und Nabe, die den Verschleiß auch bei geringen Zahnlasten sehr schnell anwachsen lassen, **Bild 11**. Kleine Querkräfte, die der Drehmomentbelastung überlagert sind, sind diesbezüglich unkritischer. Bei großen Querkräften sollte daher grundsätzlich eine konstruktive Aufgabenteilung in "Drehmoment übertragen" und "Querkraftaufnahme" vorgenommen werden.



**Bild 11:** Verschleißverhalten bei unterschiedlichen Drehmoment/Querkraftverhältnissen (ideeller Radius  $R_i = \text{Drehmoment } T / \text{Querkraft } Q$ )

**Überlagerte Axialbewegungen:** Sie verursachen die größten Relativbewegungen und damit bei hohen Lasten einen rapid fortschreitenden Verschleiß. Sofern diese Bewegungen nicht vermieden werden können, sollte die Flächenpressung reduziert und eine Ölschmierung verwendet werden.

**Verzahnungsqualität/Passung:** Versuche und Betriebserfahrungen haben gezeigt, dass die Toleranzreihe eine untergeordnete Bedeutung hat. Bezüglich der Montage weist eine h/H-Passung noch ausreichend Flankenspiel auf.

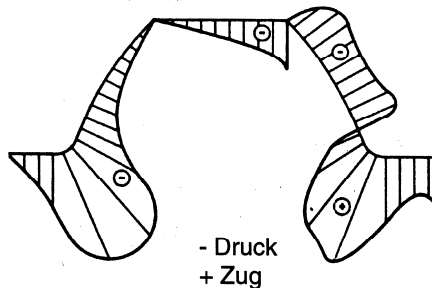
**Fett- bzw. Ölschmierung:** Grundsätzlich ist eine Ölschmierung zu bevorzugen, da durch die Bewegungen zwischen Welle und Nabe das

Öl durch die Verbindung gepumpt und somit eventuelle Verschleißpartikel aus der Kontaktzone heraustransportiert werden. Der Einsatz von Fett wird lediglich gegenüber ungeschmierten Paarungen bei axialen Bewegungen empfohlen, da hier die Abriebpartikel aus der Verbindung austreten können und diese nicht verstopfen, wie es bei ausschließlicher Belastung durch Drehmoment und Querkraft der Fall ist. Neuere Schmierstoffe mit meist weißen Zusätzen, die eine Reaktionsschicht bilden, haben deutlich verbesserte Verschleißschutzeigenschaften in den Zahnwellenuntersuchungen gezeigt.

*Oberflächenhärte:* Die Härtung der Flankenoberfläche ist bei abrasivem Verschleiß eine geeignete Maßnahme, jedoch treten teilweise auch unerwünschte Erscheinungen auf. Bei kleinmoduligen Verbindungen besteht die Gefahr der Durchhärtung, wodurch die Zähigkeit verloren geht. Kritisch ist auch ein eventueller Härteverzug, infolgedessen die Verformungen erhöhte radiale Relativbewegungen zwischen den Partner verursachen, die zu starkem Verschleiß führen.

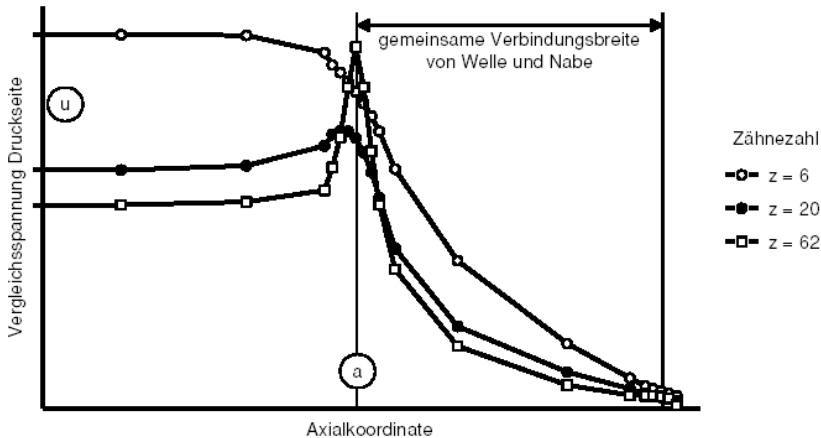
*Beschichtung:* Beschichtungen stellen technisch-wirtschaftliche Lösungen nur für Spezialfälle dar, da sie nicht die Wirksamkeit einer Ölschmierung haben. Eine Verhinderung des Verschleißfortschritts bei PTFE- und MoS<sub>2</sub>-Beschichtungen ist auch bei kleinen Flächenpressungen nicht zu erreichen.

Mit Hilfe spannungsoptischer und numerischer Untersuchungen (FEM) an Modellen von Einzelzähnen und Zahngruppen wertete Kohl /14/ das Tragverhalten Zahn-/Gegenzahn entlang der Randkontur aus, **Bild 12**. Gegenüber Laufverzahnungen ist das Tragverhalten von Mitnehmerverzahnungen durch einen parabolischen Pressungsverlauf über der Zahnflanke gekennzeichnet. Weiterhin stellt er u.a. fest, dass für Normal- und Kopfträger (resultierender Kraftangriff nahe dem Zahnkopf) die absoluten Spannungswerte auf der lastfreien Seite geringfügig höher sind als auf der Lastseite.



**Bild 12:** Spannungsverteilung entlang der Randkontur, Verzahnung DIN 5480; „+“: Zugspannungen, „-“: Druckspannungen

Wesolowski /17/ gelang durch FEM-Rechnungen an ebenen und räumlichen Modelle die Aufteilung der Zahnfußspannung in drehmomentbelasteten Verbindungen in einen Torsions- und einen Zahnbiegeanteil, wodurch u.a. neue Erkenntnisse zum Einfluss des Parameters Zähnezahl auf die Gesamtbeanspruchung erzielt wurden, **Bild 13**. Kleinmodulige Verbindungen besitzen einen ausgeprägten Spannungsppeak am Verbindungsbeginn (Bereich a), großmodulige Verbindungen werden im Bereich ungestörter Torsion am höchsten beansprucht (Bereich u).



**Bild 13:** Verlauf der Vergleichsspannung im Zahnfuß für verschiedene Zähnezahlen, Verzahnung DIN 5480

Gegenüber früheren Untersuchungen, bei denen aufgrund der zeitintensiven Anfertigung der spannungsoptischen Modelle und der sich anschließenden Versuchsdurchführung und -auswertung nur wenige geometrische Parameter untersucht worden waren, führten seine systematischen Untersuchungen von Zähnezahl, Profilverschiebung, Fußausrundungsradius, Verbindungsbreite, Welleninnendurchmesser und Nabenaußendurchmesser zu deutlich erweiterten Berechnungsgleichungen für den Tragfähigkeitsnachweis drehmomentbelasteter Zahn- und Keilwellen-Verbindungen. Die derzeitige Normen DIN 5466 /20/ basiert im Wesentlichen auf seinen Berechnungsgleichungen.

Zahnwellen-Verbindungen mit Presssitz werden seit mehreren Jahren zur Vermeidung der Axialbewegungen gefertigt und eingesetzt. Bedingt durch die geometrische Gestaltung der Fügstelle (Zahn/Gegenzahn) resultieren gegenüber einer zylindrischen Press-

verbindung geringere Sprengkräfte, wodurch die Übertragungsfähigkeit bei gleichem Nabenaußendurchmesser erhöht wird. Burgtorf /18/ entwickelte einen Berechnungsansatz für die Ermittlung der Flankenpressung in Abhängigkeit vom Übermaß der Fügepartner, mit der berechneten Flankenpressung sind dann die erforderlichen Aufpress- und Abpresskräfte bestimmbar.

Bevor Dietz aus dem aktiven Professorendienst ausschied, brachte er mit seinem Kollegen Herrn Professor Linke von der TU Dresden noch ein gemeinsames Forschungsvorhaben zur Bestimmung der Kerbwirkung von Zahnwellen auf den Weg. Das Vorhaben beschäftigte sich in seinem ersten Teil numerisch und experimentell mit dem Einfluss verschiedener Auslaufgeometrien, unterschiedlichen Herstellverfahren (spanend, umformend) und verschiedenen Werkstoffen (Vergütungs- und Einsatzstahl) auf die Kerbwirkung. Das Projekt (FVA467/I) wurde erst kürzlich beendet, die Ergebnisse dürfen aufgrund der Geschäftsbedingungen der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. noch nicht vollständig veröffentlicht werden und sind derzeit nur den FVA-Mitgliedsfirmen zugänglich.

#### **4 Zusammenfassung und Ausblick**

Seit fast drei Jahrzehnten erfolgte unter der Leitung von Prof. Dietz am IMW eine intensive Forschungstätigkeit auf dem Gebiet der Zahn- und Keilwellen-Verbindungen. Die bisher erzielten Ergebnisse, aus denen Dimensionierungsrichtlinien und Normen hervorgegangen sind, haben wesentlich dazu beigetragen, die Auslegung dieser Verbindung bereits im Konstruktionsstadium sicherer zu gestalten.

Derzeitige Arbeiten am IMW beschäftigen sich mit der Erarbeitung von Grundlagen zur dauerfesten Dimensionierung von Zahnwellen-Verbindungen unter schwingender Drehmomentbelastung. Dabei konnte durch begleitende FEM-Rechnungen festgestellt werden, dass z.T. erhebliche Teilplastifizierungen in den hoch beanspruchten Zahnfußbereichen die Dauerfestigkeit nicht nachteilig beeinflussen. Gegenüber einer rein elastischen Auslegung ergibt sich durch die Nutzung der geometrischen Stützwirkung ein Tragfähigkeitszugewinn. Daneben laufen umfangreiche Untersuchungen zu neuen Verschleißschutzsystemen besonders für häufig bewegte Schiebesitzverzahnungen, die nicht im Ölbad laufen.



Da evolventenförmige Zahnwellen-Verbindungen lediglich aufgrund der gleichen Werkzeuge und Verfahren wie Laufverzahnungen hergestellt werden, die Evolvente aber kinematisch zur Drehmomentübertragung nicht zwingend notwendig ist, wird ein zukünftiger Schwerpunkt der Arbeiten am IMW in der Entwicklung einer tragfähigeren Flankengeometrie liegen. Dabei soll die Möglichkeit einer wirtschaftlichen Fertigung durch umformende Herstellverfahren (Längs- bzw. Querwalzen oder Axialpressen) berücksichtigt werden. Neben den vollen Fußausrundungen sind diverse Profilmodifikationen geeignet die Tragfähigkeit von Zahnwellen-Verbindungen zu steigern. Die ersten Untersuchungen an Kreisbogen-Verzahnungen nach Wildhaber-Novikov lassen hier anwendungsrelevante Potentiale erkennen. Aktuell stehen hier noch die von Dietz initiierten weiteren Untersuchungen zu Flankenmodifikationen mit ungleichen Krümmungsradien an Wellen- und Nabenflanke sowie zur Aufgabenteilung für Drehmoment und Querkraftübertragung an, siehe dazu auch den Beitrag in dieser Institutsmitteilung zu neuen Zahnprofilen.

## **5 Literatur**

- /1/ Ulrich, M.: Verdrehfestigkeit und Verschleiß von Keilwellen (1. Teil). Versuchsbericht Nr. 11, Reichsverband der Automobilindustrie e.V., Berlin 1937
- /2/ Herold, W.: Versuche Ober Drehschwingfestigkeit abgesetzter, genuteter und durchbohrter Wellen. VDI-Z 81 Nr.18, 1937
- /3/ Andrew, S.; Henton, M.J.: The effect of material, heat treatment, surface treatment, and production method, on the strength of splined shafts. MIRA-Report 6/1963
- /4/ ESDU: Fatigue of steel spline assemblies under reversed torsion. Report 73002, London 1973
- /5/ Dietz, P.: Die Berechnung von Zahn- und Keilwellenverbindungen. Selbstverlag des Verfassers, Büttelborn 1978
- /6/ Levina, Z.M.: Friction and Wear in splined Joints. Machines and Tooling 37 (1966), Nr.11
- /7/ Weatherford, W.D.; Valtierra, M.L.; Ku, P.M.: Mechanism of Wear in Misaligned Splines. Transactions of ASME. Series F, Journal of Lubrication Technology 90 (1968), Nr. 1
- /8/ Bark, R.: Schäden infolge unzureichender Schmierung. Der Maschinenschaden 38 (1965), Heft 12

- /9/ Hanisch, F.: Zahnradschäden und ihre Beeinflussung durch Schmierstoffe. Erfahrungsberichte der Allianz Versicherungs AG, Heft 2, 1965
- /10/ Huber, H.: Untersuchungen über die Zentrierkräfte flankenzentrierter Zahnwellenverbindungen. Untersuchungsbericht der Fa. John Deere Werke Mannheim, 1965
- /11/ Benkler, H.: Berechnung von Bogenzahnkupplungen. Fortschrittberichte VDI. Reihe 1, Nr. 27, VDI-Verlag Düsseldorf 1970
- /12/ Villmer, F.-J.: Zum Mechanismus der Lastverteilung in Zahnwellenverbindungen. Dissertation TU Clausthal 1984
- /13/ Zapf, R.: Betriebs- und Verschleißverhalten flankenzentrierter Zahnwellenverbindungen mit Schiebesitz. Dissertation TU Clausthal 1986
- /14/ Kohl, G.: Ein Ansatz zur Berechnung der Zahnfußspannungen in Zahnwellenverbindungen. Dissertation TU Clausthal 1986
- /15/ Mendel, J.: Das Verschleißverhalten flankenzentrierter Zahnwellenverbindungen mit Schiebesitz. Dissertation TU Clausthal 1990
- /16/ Schäfer, G.: Der Einfluß von Oberflächenbehandlungen auf das Verschleißverhalten flankenzentrierter Zahnwellenverbindungen mit Schiebesitz. Dissertation TU Clausthal 1995
- /17/ Wesolowski, K.: Dreidimensionale Beanspruchungszustände und Festigkeitsnachweis drehmomentbelasteter Zahnwellenverbindungen unter elastischer und teilplastischer Verformung. Dissertation TU Clausthal 1996
- /18/ Burgtorf, U.: Montage- und Betriebseigenschaften von Zahnwellen-Verbindungen mit Preßsitz. Dissertation TU Clausthal 1998
- /19/ Schöpf, H.-J.: Festigkeitsuntersuchung an Zahnwellenverbindungen mit Spannungsoptik und Dauerschwingversuchen. Dissertation TU München 1976
- /20/ DIN 5466E, Teil 1 und 2: Normentwurf "Tragfähigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen", 1998
- /21/ Hua, Q.: Überlegungen zum Lebensdauerverhalten von Zahnwellenverbindungen nach den Theorien des Reib- und des Ermüdungsverschleißes. Dissertation TU Clausthal 2006